INTERROGATION N°28

Dans cette interrogation, n désigne un entier naturel non nul et p un élément de $\llbracket 1, n \rrbracket$.

Exercice 28.1 (10pts). 1. Soit E, F deux ensembles finis, $f : E \rightarrow F$.

(a) Si f est injective, quelle inégalité a-t-on sur les cardinaux de E et de F ?

(b) Si f est bijective, quelle relation existe-t-il entre les cardinaux de E et de F ?

2. Soit A, B deux ensembles finis. Quelle condition est suffisante pour avoir $\text{Card}(A \cup B) = \text{Card}(A) + \text{Card}(B)$?

3. Énoncer la formule du crible de Poincaré.

4. Soit E un ensemble fini et $A \subset E$. Compléter

$$\text{Card}(\overline{A}) =$$

5. Combien y a-t-il de p -listes dans un ensemble à n éléments ?

6. Combien y a-t-il de p -arrangements dans un ensemble à n éléments ?

7. Combien y a-t-il de p -combinaisons dans un ensemble à n éléments ?

8. Soit $n \in \mathbf{N}^*$ et $p \in \llbracket 1, n \rrbracket$. Exprimer le coefficient binomial $\binom{n}{p}$ à l'aide de factorielles.

9. Soit E un ensemble fini de cardinal $n \in \mathbf{N}^*$. Quel est le cardinal de $\mathcal{P}(E)$?