Interrogation n°23

Dans cette interrogation, $\mathbf{K}$ est un ensemble égal à $\mathbf{R}$ ou $\mathbf{C}$.

Exercice 23.1 (*3pts*). **1.** Donner la définition de sous-espace vectoriel.

2. Donner la caractérisation de sous-espace vectoriel.

3. Soit u_1, u_2, u_3 trois vecteurs d'un $\mathbf{K}$-espace vectoriel E. Définir « u est combinaison linéaire de u_1, u_2, u_3 ».

Exercice 23.2 (*5pts*). **1.** Soit $x_1, \ldots, x_n$ des vecteurs d'un $\mathbf{K}$-espace vectoriel E. Compléter :

$$\text{Vect}\,(x_1, \ldots, x_n) =$$

2. Donner la définition de droite vectorielle.

3. Donner la définition de vecteurs colinéaires.

4. Donner la définition de plan vectoriel.

5. Soit $e_1, \dots, e_p, x$ des vecteurs d'un $\mathbf{K}$-espace vectoriel E. Compléter :

$$\mathrm{Vect}\,(e_1, \dots, e_p, x) = \mathrm{Vect}\,(e_1, \dots, e_p) \iff$$

Exercice 23.3 (*3pts*). Soit F, G deux sous-espaces vectoriel de E.

1. Compléter (on attend la définition de $F + G$) :

$$F + G =$$

2. Soit $(x_1, \dots, x_n)$ et $(y_1, \dots, y_p)$ des familles de vecteurs de E telles que $F = \mathrm{Vect}\,(x_1, \dots, x_n)$ et $G = \mathrm{Vect}\,(y_1, \dots, y_p)$. Compléter :

$$F + G = \mathrm{Vect}($$

3. Donner la caractérisation de « F et G sont en somme directe » avec l'intersection.