Programme n°6
09 décembre au 20 décembre

Chapitre 12 : ensembles et applications.

- Complément sur les ensembles : intersection, union, partition, ensemble des parties d'un ensemble.
- Applications. Prolongement, restriction d'applications. Application identité, indicatrice. Image directe et image réciproque. Injectivité, surjectivité, bijectivité.
- Applications bijectives. Composée d'applications bijectives. Application réciproque. Caractérisation de la bijectivité avec la composition. Réciproque d'une composée, réciproque d'une réciproque.

Chapitre 13 : l'ensemble des nombres réels.

- Partie majorée, minorée, bornée. Plus petit élément, plus grand élément. Caractérisation des parties bornées avec la valeur absolue.
- Borne inférieure, borne supérieure (on rappelle que la nouvelle convention stipule que si A est une partie de $\mathbf{R}$ non majorée, $\sup(A) = +\infty$; de même, si A n'est pas minorée, $\inf(A) = -\infty$). Théorème de la borne supérieure, de la borne inférieure. Lien entre maximum/minimum et borne supérieure/inférieure.
- Droite réelle achevée : notation $\overline{\mathbf{R}}$.
- Notion d'intervalle (en tant que partie convexe de $\mathbf{R}$).
- Approximation décimale d'un réel.

Chapitre 14 : arithmétique dans l'ensemble des entiers.

- Notions de diviseur, de multiple. Critères de divisibilité (par 2, 3, 5, 9, 10, et 11).
- Théorème de division euclidienne dans $\mathbf{Z}$. Lien entre reste de la division euclidienne et congruences.
- Plus grand diviseur commun. Algorithme d'Euclide. Nombres premiers entre eux. Fraction irréductible.
- Plus petit multiple commun. Lien avec le PGCD.
- Nombres premiers. Décomposition d'un nombre en facteurs premiers. Application au calcul du PGCD et du PPCM.

Questions de cours.

- Définir la notion d'image directe, d'image réciproque.
- Définir la notion d'application injective, surjective, bijective (une seule caractérisation est attendue pour chaque cas).
- Soit E, F des parties non vides de $\mathbf{R}$ et $f : E \longrightarrow F$ une application strictement monotone. Que peut-on dire quant à l'injectivité/surjectivité/bijectivité de f ? La démonstration est attendue ici.
- Définir la notion de majorant, de plus grand élément et de borne supérieure d'un ensemble non vide.
- Énoncer le théorème de division euclidienne dans $\mathbf{Z}$.

Savoirs-faire.

- Soit $a, b \in \mathbf{R}$ avec $a \leqslant b$. Montrer que $[a\,;\,b] = \{ta + (1-t)b \;:\; t \in [0\,;\,1]\}$.
- Montrer que la composée d'applications injectives est injective.
- Montrer que la composée d'applications surjectives est surjective.
- Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathbf{C} & \longrightarrow & \mathbf{C} \\ z & \longmapsto & \mathrm{e}^z \end{array}$. Déterminer $f^{-1}(\mathbf{U})$ et $f(A)$ où $A = \left\{x + i\dfrac{\pi}{4} \;:\; x \in \mathbf{R}\right\}$.
- Déterminer le PGCD de deux entiers donnés par le colleur à l'aide de l'algorithme d'Euclide.
- Déterminer le PGCD et le PPCM de deux entiers donnés par le colleur sous forme de produit de nombres premiers.

Révisions des programmes précédents.

- Énoncer les inégalités triangulaires sur $\mathbf{C}$.
- Définir la notion de partie entière et donner l'encadrement caractéristique de $\lfloor x \rfloor$ pour x réel.
- Rappeler la valeur de $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\ln(1+x)}{x}$ et déterminer $\lim\limits_{x \to 0} (1+x)^{\frac{1}{x}}$.